Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Ferdowsi Civil Engineering

https://civil-ferdowsi.um.ac.ir

Iranian Concrete Institute

Pavement Engineering Association of Iran

Comparing Nonlinear Response Spectra of Elastoplastic Systems resulting from Two Excitation Interpolation Methods

Research Article

Masoud Mahmoodabadi [1], MohammadJavad Hosseiny [2]

DOI: *10.22067/jfcei.2023.81150.1216*

1. Introduction

Considering that the accelerograms recorded in different earthquakes are in the form of numbers that were measured in short intervals of time, as a result, the numerical evaluation of the dynamic response of structures is of great importance. In addition, in severe earthquakes, the structures enter the field of non-linear behavior and it is necessary to calculate the non-linear behavior of the structures using conventional numerical methods. Due to the short distance of the accelerogram points from each other, the points are usually connected with segments. As a result, at the junction of the segments, their slopes are not necessarily equal to each other and only the values of the function are equal to each other at the junction. Considering that the linear interpolation of excitation is one of the simplest interpolation methods, as a result, if the time intervals between the points are small compared to the natural period of the structure, the linear interpolation is acceptable and has sufficient accuracy. But if the structure in question is a structure with high stiffness, which has a very small period and in other words, has a very high frequency, the use of the linear excitation interpolation method can be a challenge.

2. Interpolation by cubic spline method

This study compared the non-linear pseudo-acceleration response spectra of elastoplastic systems with constant ductility for the accelerogram of El Centro, which were obtained by the linear interpolation method of excitation and also by using the cubic spline function. Interpolation by the cubic spline method is such that if there is $n+1$ point and therefore n interval, a 3rd degree polynomial $f_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i$ must be obtained for each interval. As a result, in total 4n equation is needed to obtain the unknown coefficients a_i, b_i, c_i and d_i by solving them. This 4n equation is obtained as follows:

a) The values of the f_i functions must be equal to the values of the data in the internal points, which is equivalent to obtaining the 2n-2 equation;

b) The first and last of the f_i functions (f_1 and f_n) must pass through the beginning and the end of the data. Applying these two conditions is equivalent to obtaining 2 equations;

c) The first derivatives of f_i must be equal to each other in the internal points, which is equivalent to obtaining $n-1$ equation;

d) The second derivatives of f_i must be equal to each other in the internal points, which is equivalent to obtaining $n-1$ equation;

e) The second derivative of the first and the last of f_i (f_1 and f_n) must be equal to zero at the beginning and end of the data. Applying the two conditions equals obtaining 2 equations.

Consider a sine wave with a period of one second and a unit amplitude. Three cycles of this wave are drawn in figure (1).

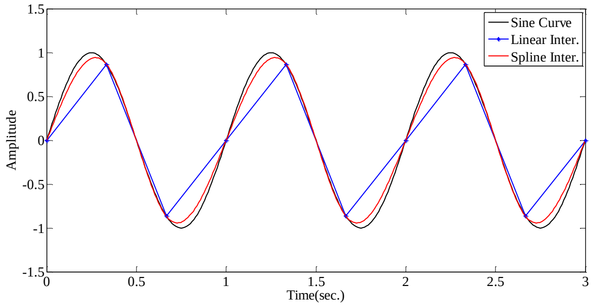


Figure 1. diagram of sinusoidal curve along with its linear approximation and also approximation with cubic spline function

*Manuscript received February 15, 2023, Revised, August 12, 2023, Accepted, October 21, 2023.

[1]. Corresponding author. Assistant Professor, Department of Civil Engineering, University of Qom, Qom, Iran.
Email: m.mahmoudabadi@qom.ac.ir.

[2]. MSc student, Department of Civil Engineering, University of Qom, Qom, Iran.

By connecting these 10 points to each other with straight lines, a toothed diagram is obtained, which is very different from the real sine wave. But when these 10 points are connected to each other with cubic spline curves, it can be seen carefully in Figure (1) that a smooth graph is obtained, which is much less different from the real sine wave.

Nonlinear response spectra were calculated for 1, 1.5, 2, 4, and 8 ductility. The nonlinear response spectrum for ductility 1 is actually the same as the elastic spectrum. In this study, the response spectrum with constant ductility for El Centro accelerogram is presented. To calculate this spectrum, it was done as follows. First, the maximum displacement of the system is calculated by assigning a very large number for the yield deformation u_y. This displacement is equal to the maximum displacement of the corresponding linear system of the elastoplastic system. Corresponding linear system means a system that has the same stiffness as the elastoplastic system during its initial loading and has the same mass and damping as the elastoplastic system. As a result, the period of the natural vibration of the corresponding linear system in oscillations with small amplitude ($u \leq u_y$) is equal to the period of the elastoplastic system. In the amplitudes of movement larger than u_y, the period of natural vibration is not defined for inelastic systems.

After calculating the maximum deformation of the linear corresponding system, the yield deformation u_y is considered a little smaller than the maximum deformation of the linear corresponding system. The value of the maximum deformation of the elastoplastic system is obtained in this case. By dividing this value by the yield deformation u_y, the ductility of the system is obtained. Then, we compare this ductility with the target ductility. If it is less than that, again consider the yield deformation u_y a little less than the previous time, and if the obtained ductility is greater than the target ductility, the yield deformation, we consider u_y a little more than previous time and repeat this process until we reach the target ductility for a certain period. By multiplying the amount of yield deformation uy that leads to the target's ductility by the square of the angular frequency of the corresponding linear system, the value of A_y is obtained. The A_y dimension is of acceleration and the spectrum related to this parameter is called pseudo-acceleration response spectrum, similar to linear systems. In this study, nonlinear response spectra were calculated for 1, 1.5, 2, 4, and 8 ductility.

For a more detailed analysis, the time interval between the points of the accelerograms were divided into 2, 5, 10, 20, 50 and 100 equal parts, respectively, and new accelerograms were produced once using linear interpolation and again using spline interpolation. Then, the response spectra of these types of non-linear accelerograms were compared with each other. The results indicated that the maximum and minimum values had significant differences. In addition, in most cases, the maximum value of the difference was greater than the absolute value of the corresponding minimum difference. Most of the differences were related to periods below 0.3 seconds, although violations were also observed. The meaning of the maximum and minimum values of the difference is that once the elastoplastic spectrum was calculated using the assumption of linear interpolation of excitation and this spectrum was considered as the basis of comparison, and in the second time, the elastoplastic spectrum was calculated using the assumption of spline interpolation of excitation and then the latest spectrum was compared with the main spectrum. The maximum spectral values obtained from the excitation spline interpolation method were mostly higher than the corresponding maximum spectral values obtained from the linear excitation interpolation method, which occurred in the range of 0.03 to 0.3 seconds. Moreover, the acceleration magnification range in the interpolation method the spline was wider than the linear interpolation method.

3. Conclusion

In this article, the non-linear pseudo-acceleration spectrum of elastoplastic systems was calculated for 1, 1.5, 2, 4 and 8 ductility for El Centro accelerogram. The time interval between the points of this accelerogram was 0.02 seconds. To make the analysis more accurate and to reduce the time interval between the points, new accelerogram were created once using linear interpolation and another time using cubic spline interpolation. The non-linear spectrum that was calculated for these two types of accelerogram did not have much difference in most of the periods, but in the small periods which are related to stiff structures, the difference was significant. The maximum values of the difference between the two spectra were greater than the absolute value of the minimum difference in the vast majority of cases.

مهندسی عمران فردوسی

https://civil-ferdowsi.um.ac.ir/

انجمن مهندسی روسازی ایران

انجمن بتن ایران

مقایسه طیف‌های پاسخ غیر خطی سیستم‌های الاستوپلاستیک حاصل از دو روش درون‌یابی تحریک*

مقاله پژوهشی

مسعود محمودآبادی(۱) سید محمد جواد حسینی(۲)

DOI: 10.22067/jfcei.2023.81150.1216

چکیده در این مقاله، طیف‌های پاسخ غیر خطی شبه‌شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک با شکل‌پذیری ثابت برای شتاب‌نگاشت السنترو که با روش درون‌یابی خطی تحریک و نیز با استفاده از تابع اسپلاین مکعبی به دست آمده بود، با یکدیگر مقایسه شده است. طیف‌های پاسخ غیر خطی برای شکل‌پذیری‌های ۱، ۱/۵، ۲، ۴ و ۸ محاسبه شدند. برای بررسی جزئی‌تر، فاصله زمانی بین نقاط شتاب‌نگاشت‌ها به ترتیب به ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم گردیدند و شتاب‌نگاشت‌های جدیدی یک بار با استفاده از درون‌یابی خطی و یک بار با استفاده از درون‌یابی اسپلاین تولید گردید و طیف‌های پاسخ غیر خطی این دو نوع شتاب‌نگاشت با یکدیگر مقایسه شدند. نتایج کار حاکی از این موضوع بود که مقادیر بیشینه و کمینه اختلاف مقادیر قابل ملاحظه‌ای داشتند. علاوه بر این، در بیشتر موارد مقدار بیشینه اختلاف بزرگ‌تر از مقدار قدر مطلق کمینه اختلاف متناظرش بود. عمده اختلافات مربوط به دوره تناوب‌های زیر ۰/۳ ثانیه بود هر چند موارد نقض نیز مشاهده گردید. منظور از مقادیر بیشینه و کمینه اختلاف این است که یک بار طیف الاستوپلاستیک با استفاده از فرض درون‌یابی خطی تحریک محاسبه گردید و این طیف به عنوان مبنای مقایسه در نظر گرفته شد و در مرتبه دوم، طیف الاستوپلاستیک با فرض درون‌یابی اسپلاین تحریک محاسبه شد و بعد این طیف اخیر با طیف مبنا مقایسه گردید. مقادیر بیشینه طیفی به دست آمده از روش درون‌یابی اسپلاین تحریک در قریب به اتفاق موارد بیشتر از مقادیر متناظر بیشینه طیفی به دست آمده از روش درون‌یابی خطی تحریک بود که در بازه ۰/۰۳ تا ۰/۳ ثانیه اتفاق می افتاد و بازه بزرگ‌نمایی شتاب در روش درون‌یابی اسپلاین وسیع‌تر از روش درون‌یابی خطی بود.

واژه‌های کلیدی درون‌یابی خطی تحریک، تابع درون‌یابی اسپلاین مکعبی، سیستم جرم-فنر-میراگر الاستوپلاستیک، طیف پاسخ با شکل-پذیری ثابت.

Comparing Nonlinear Response Spectra of Elastoplastic Systems resulting from Two Excitation Interpolation Methods

Masoud Mahmoodabadi MohammadJavad Hosseiny

Abstract In this article, the non-linear pseudo-acceleration response spectra of elastoplastic systems with constant ductility for El Centro accelerogram, which were obtained by the linear interpolation method of excitation and also by using the cubic spline function, have been compared with each other. Non-linear response spectra were calculated for 1, 1.5, 2, 4 and 8 ductility. For a more detailed analysis, the time interval between the points of the accelerogrqm were divided into 2, 5, 10, 20, 50 and 100 equal parts, respectively, and new accelerograms were generated once using linear interpolation and once using spline interpolation. The non-linear response spectra of these two types of accelerograms were compared. The results of the work indicated that the maximum and minimum values had significant differences. In addition, in most cases, the maximum value of the difference was greater than the absolute value of the corresponding minimum difference. The main differences were related to periods below 0.3 seconds, although violations were also observed. The meaning of the maximum and minimum values of the difference is that once the elastoplastic spectrum was calculated using the assumption of linear interpolation of excitation and this spectrum was considered as the basis of comparison, and in the second order, the elastoplastic spectrum was calculated using the assumption of spline interpolation of excitation and then This last spectrum was compared with the base spectrum. The maximum spectral values obtained from the excitation spline interpolation method were in most cases higher than the corresponding maximum spectral values obtained from the linear excitation interpolation method, which occurred in the range of 0.03 to 0.3 seconds, and the acceleration magnification range was The spline interpolation method was wider than the linear interpolation method.

Key words Linearly interpolated excitation, Cubic spline interpolation function, Elastoplastic mass-spring-damper system, Constant-ductility response spectrum

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۱/۱۱/۲۶ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۲/۸/۷ می‌باشد.

(۱) نویسنده مسئول، استادیار، دانشکده فنی و مهندسی گروه عمران، دانشگاه قم، قم، ایران.

(۲) دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی گروه عمران، دانشگاه قم، قم، ایران.

Email: m.mahmoudabadi@qom.ac.ir

مقدمه

با توجه به اینکه شتاب‌نگاشت‌های ثبت شده در زلزله‌های مختلف به صورت اعدادی هستند که در بازه‌های زمانی کوتاه اندازه‌گیری شده‌اند، در نتیجه ارزیابی عددی پاسخ دینامیکی سازه‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است. علاوه بر این، در زلزله‌های شدید، سازه‌ها وارد حوزه رفتار غیر خطی شده و لازم است به روش‌های عددی متداول و مرسوم رفتار غیر خطی سازه‌ها محاسبه گردد. با توجه به فاصله کم نقاط شتاب‌نگاشت از یکدیگر، معمولاً نقاط با پاره‌خط‌هایی به یکدیگر متصل می‌گردند. در نتیجه، در محل اتصال پاره‌خط‌ها، شیب آن‌ها لزوما با یکدیگر برابر نمی‌باشد و فقط مقادیر تابع در محل اتصال آن‌ها با یکدیگر برابر است. با توجه به اینکه درون‌یابی خطی تحریک یکی از ساده‌ترین روش‌های درون‌یابی است، در نتیجه، اگر بازه‌های زمانی بین نقاط نسبت به دوره تناوب طبیعی سازه کوچک باشد، درون‌یابی خطی قابل قبول بوده و دارای دقت کافی می‌باشد. اما اگر سازه مورد بحث، یک سازه با سختی زیاد باشد که دارای دوره تناوب بسیار کوچک و به عبارتی دیگر دارای فرکانس بسیار بالایی باشد، استفاده از روش درون‌یابی خطی تحریک می‌تواند دچار چالش گردد.

در این پژوهش، به جای استفاده از روش درون‌یابی خطی تحریک از روش درون‌یابی با تابع اسپلاین درجه سوم (مکعبی) استفاده شده است. در کتب مربوط به روش‌های عددی، می‌توان جزئیات مربوط به درون‌یابی به روش اسپلاین را مشاهده نمود [1,2]. همچنین، در کارهای تحقیقاتی زیادی از تابع اسپلاین استفاده شده است که در ادامه به چندین کار اشاره می‌شود. نعیم [3] شتاب‌نگاشت‌های ۲۰ ساختمان که در هنگام زلزله نورث‌ریج شتابشان ثبت شده بود را مورد بررسی و مطالعه قرار داد. با توجه به اینکه در تمام طبقات این ساختمان‌ها دستگاه شتاب‌نگار نصب نشده بود، او با استفاده از درون‌یابی با تابع اسپلاین، شتاب سایر طبقات را برآورد نمود و سپس مقادیر برش و لنگر واژگونی پایه ساختمان‌ها را محاسبه کرد. واموانسیکس و کرنل [4] نقاط گسسته به دست آمده از تحلیل دینامیکی افزایشی را هم با استفاده از درون‌یابی خطی و هم با استفاده از درون‌یابی اسپلاین به یکدیگر متصل نمودند و سپس نمودارهای به دست آمده را مورد استفاده قرار دادند. یو و همکاران [5] از یک طرح شبه درون‌یابی کوارتیک اسپلاین چندسطحی برای حل معادله غیر خطی (kdv) استفاده کردند که تعداد زیادی از پدیده‌های فیزیکی را نشان می‌داد. شجاعی و همکاران [6] یک الگوریتم انتگرال‌گیری زمانی ضمنی بدون قید و شرط پایدار را با اصلاح روش کوارتیک بی-اسپلاین ارائه نمودند. صفاری و همکاران [7] روش جدیدی را برای تحلیل غیر خطی سازه‌ها با استفاده از روش تکراری برگرفته از قاعده یک چهارم بر اساس تابع اسپلاین ارائه نمودند. رستمی و شجاعی [8] خانواده‌ای از الگوریتم‌های انتگرال‌گیری بی-اسپلاین مکعبی با اتلاف و پراکندگی عددی قابل کنترل را برای دینامیک سازه پیشنهاد کردند. محمدی نیا و همکاران [9] فرمولی ترکیبی از بی‌اسپلاین را ارائه کردند. آن‌ها نوع جدیدی از توابع شکل کروی هانکل را برای مدل‌سازی مسائل الاستواستاتیک پیشنهاد کردند. مهدوی و همکاران [10] در یک مطالعه مقایسه‌ای، کاربرد روش‌های چبیشف و اسپلاین را برای تحلیل هندسی غیر خطی سازه‌های خرپایی ارزیابی کردند. غضنفری و همکاران [11] از تئوری‌های تیر و توابع پایه بی‌اسپلاین برای تحلیل ارتعاش آزاد سازه‌های تیر چند لایه متقاطع استفاده کردند. رستمی و شجاعی [12] یک روش انتگرال‌گیری زمانی مستقیم را بر اساس روش با هم‌گذاری بی‌اسپلاین کوارتیک توسعه دادند. شاهمرادی و عبداللهی [13] یک روش همگرای بدون مربع برای حل عددی معادلات انتگرال فردهولم خطی بر اساس درون‌یابی هرمیت-اسپلاین ارائه کردند. ملک‌نژاد و دریلی [14,15] با استفاده از روش ترکیبی با هم‌گذاری اسپلاین و درون‌یابی لاگرانژ، حل عددی معادلات انتگرالی را ارائه کردند. لیو و همکاران [16] از روش درون‌یابی مکعبی برای تقریب منحنی مقطع راداری تک استاتیک (RCS) روی مجموعه‌ای از گره‌های نمونه‌برداری غیر یکنواخت استفاده کردند. زرناکف و همکاران [17] دقت محاسبه فرکانس‌های طبیعی یک تیر که بر پایه یک برون‌یابی نتایج عددی به دست آمده از توابع اسپلاین درجه ۵ حاصل گردیده بود را ارتقا دادند.

روش‌های مختلفی برای درون‌یابی یک تابع در یک بازه وجود دارد که هر کدام نسبت به دیگری دارای محاسن و معایبی می‌باشند. تقریب یک تابع دل‌خواه روی یک بازه بسته به دلیل طبیعت نوسانی چندجمله‌ای‌ها می‌تواند خطای زیادی داشته باشد. علاوه بر این، تغییر کوچک تابع در یک زیر بازه می‌تواند تأثیر زیادی در چندجمله‌ای درون‌یاب داشته باشد. به همین دلیل در عمل ترجیح داده می‌شود که بازه را به زیربازه‌های کوچک تقسیم

کرده و تا جای ممکن درجه چندجمله‌ای درون‌یاب را کاهش دهند. این رهیافت، تقریب قطعه به قطعه با چندجمله‌ای‌ها نامیده می‌شود. ساده‌ترین این چندجمله‌ای‌ها، چندجمله‌ای‌های خطی (درجه یک) هستند. نمودار این توابع یک خط شکسته است که مجموعه نقاط (x_0,y_0)، (x_1,y_1)، ... و (x_n,y_n) را به هم وصل می‌کند. یکی از معایب این روش عدم مشتق‌پذیری در انتهای زیربازه‌ها می‌باشد. تعبیر هندسی این مطلب همان عدم هموراری نمودار است. برای فائق آمدن بر این مشکل، در روش اسپلاین مکعبی، از توابع چندجمله‌ای درجه ۳ برای هر زیر بازه استفاده می‌شود. با مساوی قرار دادن مقادیر این توابع و نیز مشتقات اول و دوم آن‌ها در نقاط اتصال، معادلاتی برای محاسبه ضرایب مجهول این چندجمله‌ای‌ها به دست می‌آید. البته، در نقاط ابتدا و انتهای بازه نیز باید مقادیر تابع را جایگذاری کرد تا دو معادله دیگر بر حسب ضرایب مجهول چندجمله‌ای‌های درجه ۳ به دست آید. همچنین، در نقاط ابتدا و انتهای بازه باید از شرایط مرزی آزاد (صفر قرار دادن مشتق دوم توابع درجه ۳ در ابتدا و انتهای بازه) یا شرایط مرزی مقید (صفر قرار دادن مشتق اول توابع درجه ۳ در ابتدا و انتهای بازه) استفاده کرد تا دو معادله دیگر نیز بر حسب ضرایب مجهول چندجمله‌ای‌های درجه ۳ به دست آید. با در نظر گرفتن تمام این معادلات، ضرایب مجهول چندجمله‌ای‌های درجه ۳ محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که در این تحقیق از شرایط مرزی آزاد استفاده شده است.

در بخش‌های بعدی مقاله، ابتدا روش درون‌یابی اسپلاین مکعبی به طور مفصل توضیح داده شده است. بعد از آن، شتاب‌نگاشت ال‌سنترو در نظر گرفته شده است و با استفاده از روش درون‌یابی خطی و نیز روش درون‌یابی با تابع اسپلاین مکعبی، طیف پاسخ غیر خطی آن محاسبه شده و نتیجه‌گیری‌های لازم به عمل آمده است. باتوجه به جستجوهای انجام شده توسط مؤلفان این مقاله به نظر می‌آید مقایسه طیف الاستوپلاستیک با فرض درون‌یابی اسپلاین با طیف متناظرش که با فرض درون‌یابی متعارف خطی به دست آمده است برای اولین بار انجام شده است و این نوآوری این تحقیق می‌باشد.

درون‌یابی به روش اسپلاین مکعبی

فرض کنید که $n+1$ نقطه از داده‌ها و در نتیجه n بازه وجود داشته باشد. منظور از درون‌یابی به روش اسپلاین مکعبی این است که برای هر بازه، یک چندجمله‌ای درجه ۳ به شکل $f_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i$ به دست آورده شود. در نتیجه، در مجموع به $4n$ معادله احتیاج است که با حل آن‌ها ضرایب مجهول a_i، b_i، c_i و d_i به د ست آید. این $4n$ معادله به صورت زیر به دست آورده می‌شوند:

الف) مقادیر توابع f_i ها باید در نقاط داخلی با مقادیر داده‌ها برابر باشند که اعمال این شرایط، معادل با به دست آمدن $2n-2$ معادله است.

ب) اولین و آخرین از توابع f_i ها (f_1 و f_n) باید از نقطه ابتدا و انتهای داده‌ها عبور کنند که اعمال این دو شرط، معادل با به دست آمدن ۲ معادله است.

پ) مشتق اول f_i ها باید در نقاط داخلی با یکدیگر برابر باشند که اعمال این شرایط، معادل با به دست آمدن $n-1$ معادله است.

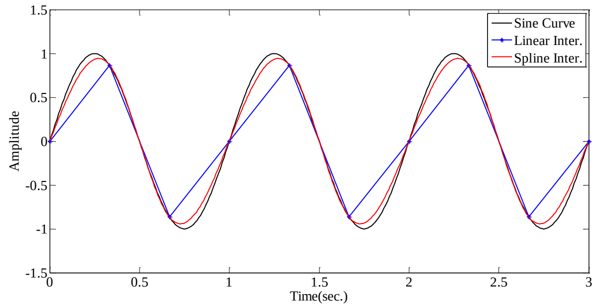
ت) مشتق دوم f_i ها باید در نقاط داخلی با یکدیگر برابر باشند که اعمال این شرایط، معادل با به دست آمدن $n-1$ معادله است.

ث) مشتق دوم اولین و آخرین از f_i ها (f_1 و f_n) باید در نقطه ابتدا و انتهای داده‌ها برابر صفر باشد که اعمال این دو شرط، معادل با به دست آمدن ۲ معادله است.

تعبیر هندسی بند ث این است که توابع اسپلاین در نقاط ابتدا و انتهای داده‌ها تبدیل به خط مستقیم می‌شوند. به عبارتی دیگر، انحنای توابع اسپلاین در نقاط ابتدا و انتهای داده‌ها برابر صفر است. به این نوع اسپلاین‌ها، اسپلاین‌های طبیعی نیز گفته می‌شود. لازم به ذکر است که در مرجع [1] از اعمال بند ث، به عنوان شرایط مرزی آزاد یاد شده است. اگر در این بند، به جای مساوی قرار دادن مشتق دوم، مشتق اول برابر صفر قرار داده شود، شرایط مرزی مقید به دست می‌آید. معمولا از شرایط مرزی آزاد استفاده می‌شود [1,2]. در این تحقیق نیز از شرایط مرزی آزاد استفاده شده است؛ اگر از شرایط مرزی مقید استفاده شود یعنی فرض شود مشتق اول منحنی درجه سه در نقاط ابتدا و انتها برابر صفر باشد، در صورتی که تعداد نقاط زیاد باشند (مثلا بیش از ده عدد) عملا تأثیر موضعی روی ابتدا و انتهای شتاب‌نگاشت دارند

و درکل تأثیر ناچیزی روی نتایج خواهد داشت. در ادامه، یک مثال از درون‌یابی به روش اسپلاین مکعبی آورده شده است.

موجی سینوسی با دوره تناوب یک ثانیه و دامنه واحد را در نظر بگیرید. سه سیکل از این موج در شکل (۱) رسم شده است.



شکل ۱ نمودار منحنی سینوسی به همراه تقریب خطی آن و نیز تقریب با تابع اسپلاین مکعبی

هر سیکل از این موج سینوسی به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. در نتیجه، این منحنی که برابر با ۳ سیکل از موجی سینوسی با دوره تناوب یک ثانیه است با ۱۰ نقطه نشان داده شده است. با وصل کردن این ۱۰ نقطه به یکدیگر با خطوطی مستقیم، نمودار دندانه‌داری به دست می‌آید که با موج سینوسی واقعی تفاوت خیلی زیادی دارد. اما وقتی با منحنی‌های اسپلاین مکعبی این ۱۰ نقطه به یکدیگر متصل شوند، با دقت در شکل (۱) مشاهده می‌شود که نمودار هموازی حاصل می‌گردد که تفاوت آن با موج سینوسی واقعی به مراتب کمتر است. لازم به ذکر است که منحنی‌های اسپلاین رسم شده در شکل (۱) با شرایط مرزی آزاد رسم گردیده‌اند.

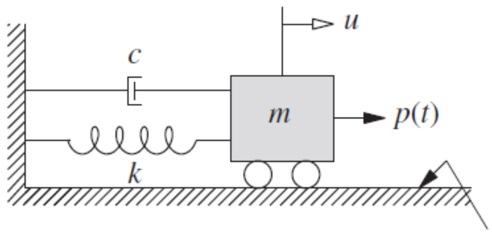
محاسبه طیف پاسخ غیر خطی سیستم‌های الاستوپلاستیک با شکل‌پذیری ثابت

مقدمه

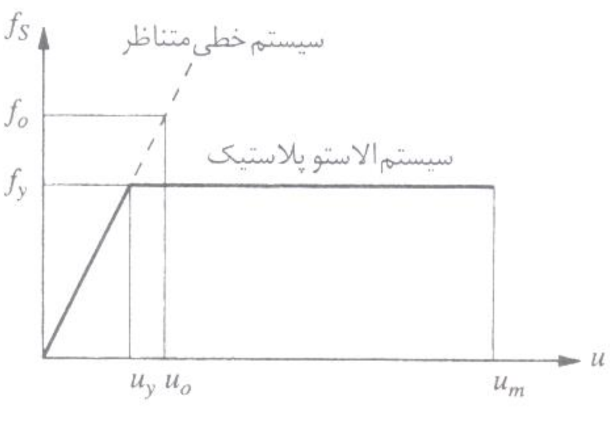
در این بخش طیف پاسخ غیر خطی با شکل‌پذیری ثابت سیستم-های الاستوپلاستیک برای شتاب‌نگاشت السنترو محاسبه شده است. این کار با برنامه‌نویسی در محیط MATLAB [18] و اتصال نرم‌افزار OpenSees به نرم‌افزار MATLAB انجام شده است. در ادامه، ابتدا به صورت مختصر سیستم‌های الاستوپلاستیک توضیح داده شده و به دنبال آن طیف پاسخ با شکل‌پذیری ثابت این نوع سیستم‌ها که برای شتاب‌نگاشت السنترو به دو روش درون‌یابی خطی تحریک و درون‌یابی به روش اسپلاین مکعبی محاسبه شده است، با یکدیگر مقایسه شده و نتیجه‌گیری‌های لازم انجام شده است.

سیستم‌های الاستوپلاستیک

سیستم جرم–فنر–میراگر یک درجه آزاد نشان داده شده در شکل (۲) را در نظر بگیرید. هرگاه نیروی به وجود آمده در فنر این سیستم مطابق شکل (۳) تا تغییر شکل تسلیم u_y برابر با $f_S=ku$ بوده و برای تغییر شکل‌هایی بزرگ‌تر از تغییر شکل تسلیم u_y برابر با مقدار ثابت $f_S=ku_y$ باشد به این نوع سیستم‌ها، سیستم‌های الاستوپلاستیک می‌گویند.



شکل ۲ سیستم یک درجه آزاد جرم– فنر– میراگر [19]



شکل ۳ سیستم الاستوپلاستیک و سیستم خطی متناظر آن [19]

هدف محاسبه تغییر شکل حداکثر سیستم الاستوپلاستیک ناشی از تحریک زمین‌لرزه و محاسبه شکل‌پذیری این سیستم است. شکل‌پذیری با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\mu = \frac{u_m}{u_y} \qquad (۱)$$

در رابطه (۱)، u_m حداکثر قدر مطلق (بدون توجه به علامت جبری) ماکزیمم تغییر شکل سیستم الاستوپلاستیک ناشی از حرکت زمین است.

در بخش‌های بعدی، طیف پاسخ با شکل‌پذیری ثابت برای شتاب‌نگاشت السنترو ارائه شده است. برای محاسبه این طیف بدین صورت عمل شده است. ابتدا با اختصاص عددی بسیار بزرگ برای تغییرشکل تسلیم u_y ماکزیمم جابه‌جایی سیستم محاسبه می‌گردد. این جابه‌جایی برابر با جابه‌جایی حداکثر سیستم خطی متناظر سیستم الاستوپلاستیک است. منظور از سیستم خطی متناظر سیستمی است که با سختی مشابه با سیستم الاستوپلاستیک در حین بارگذاری ابتدایی آن است و دارای جرم و میرایی یکسانی با سیستم الاستوپلاستیک باشد. در نتیجه، زمان تناوب ارتعاش طبیعی سیستم خطی متناظر در نوسانات با دامنه کوچک ($u \leq u_y$) برابر با زمان تناوب سیستم الاستوپلاستیک است. در دامنه‌های حرکت بزرگ‌تر از u_y، زمان تناوب ارتعاش طبیعی برای سیستم‌های غیرالاستیک تعریف نمی‌شود.

بعد از اینکه تغییر شکل حداکثر سیستم متناظر خطی محاسبه شد، تغییر شکل تسلیم u_y کمی کوچک‌تر از تغییر شکل حداکثر سیستم متناظر خطی در نظر گرفته می‌شود و مقدار تغییر شکل حداکثر سیستم الاستوپلاستیک در این حالت به دست آورده می‌شود. از تقسیم این مقدار بر تغییر شکل تسلیم u_y، شکل‌پذیری سیستم به دست می‌آید. حال این شکل‌پذیری را با شکل‌پذیری هدف مقایسه می‌کنیم، اگر کمتر از آن بود، دوباره تغییر شکل تسلیم u_y را کمی کمتر از دفعه قبل در نظر گرفته و اگر شکل‌پذیری به دست آمده بیشتر از شکل‌پذیری هدف باشد، تغییرشکل تسلیم u_y را کمی بیشتر از دفعه قبل در نظر می‌گیریم و این کار را تا آنجا تکرار می‌کنیم تا برای یک دوره تناوب خاص به شکل‌پذیری هدف برسیم. با ضرب مقدار تغییرشکل تسلیم u_yای که منجر به شکل‌پذیری هدف می‌شود در مجذور فرکانس زاویه‌ای سیستم متناظر خطی، مقدار A_y طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$A_y = \omega_n^2 \times u_y \tag{۲}$$

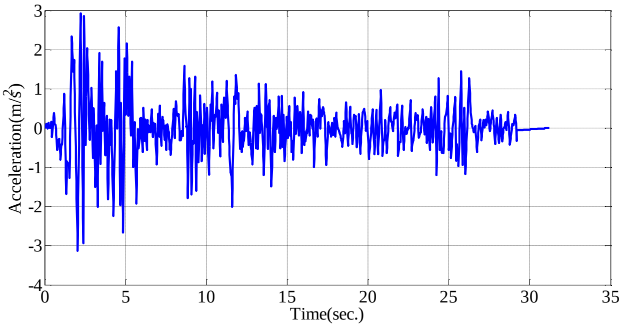
ملاحظه می‌گردد دیمانسیون A_y از جنس شتاب می‌باشد و طیف مربوط به این پارامتر مشابه سیستم‌های خطی، طیف پاسخ شبه شتاب نامیده می‌شود. در بخش‌های بعدی این مقاله، طیف پاسخ شبه‌شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک برای شکل‌پذیری‌های ۱، ۱/۵، ۲، ۴ و ۸ ارائه گردیده است.

محاسبه طیف غیر خطی سیستم‌های الاستوپلاستیک برای شتاب‌نگاشت السنترو. در این بخش، طیف غیر خطی سیستم‌های الاستوپلاستیک برای شتاب‌نگاشت السنترو محاسبه شده است. اعداد مربوط به شتاب‌نگاشت السنترو از مرجع [19] اخذ شده است. نمودار تاریخچه زمانی این شتاب‌نگاشت در شکل (۴) آورده شده است. بیشینه شتاب زلزله السنترو برابر ۳/۱۳ متر بر مجذور ثانیه می‌باشد. فواصل زمانی بین نقاط شتاب‌نگاشت برابر ۰/۰۲ ثانیه است. تعداد نقاط شتاب‌نگاشت السنترو برابر با ۱۵۶۱ نقطه می‌باشد.

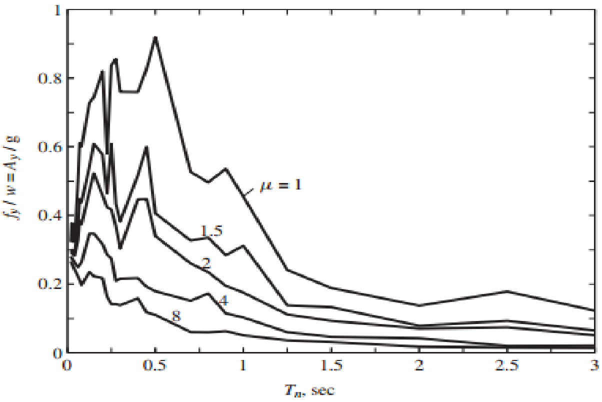
در شکل (۵) طیف پاسخ غیر خطی با شکل‌پذیری ثابت سیستم‌های الاستوپلاستیک برای شتاب‌نگاشت السنترو برای شکل‌پذیری‌های ۱، ۱/۵، ۲، ۴ و ۸ آورده شده است. این شکل از مرجع [19] برداشت شده است.

طیف پاسخ غیر خطی با شکل‌پذیری ثابت سیستم‌های الاستوپلاستیک برای شتاب‌نگاشت السنترو با برنامه‌نویسی در محیط MATLAB و اتصال نرم‌افزار OpenSees به نرم‌افزار MATLAB محاسبه گردید. الگوریتم حل عددی محاسبه پاسخ دینامیکی سیستم‌های الاستوپلاستیک به شتاب‌نگاشت‌های مختلف به صورت پیش‌فرض در نرم‌افزار OpenSees وجود دارد و برای تکرار این کار در فرکانس‌های ۰/۰۳ هرتز تا ۰/۳ هرتز با افزایش ۰/۰۱ هرتز با برنامه‌نویسی در محیط MATLAB این کار انجام گردید.

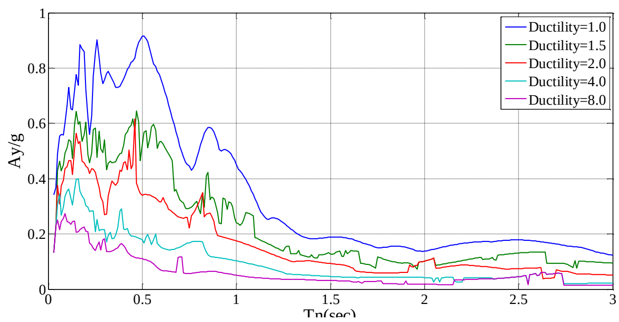
این طیف‌ها برای شکل‌پذیری‌های ۱، ۱/۵، ۲، ۴ و ۸ و به ازای مقادیر T_n از ۰/۰۳ تا ۳ ثانیه و با افزایش ۰/۰۱ ثانیه محاسبه شده است. نمودارهای مربوط در شکل (۶) ترسیم گردیده‌اند. هر کدام از این طیف‌ها شامل ۲۹۸ نقطه می‌باشند. با مقایسه این طیف‌ها با طیف‌های متناظرشان که در شکل (۵) رسم گردیده‌اند، مشخص می‌شود که تطابق نسبتا خوبی بین طیف‌های متناظر در این دو شکل وجود دارد. لازم به ذکر است که شکل (۵) از مرجع [19] اخذ شده است و در این مرجع ذکر نشده است که هر طیف شامل چند نقطه است. در نتیجه، علت اختلافی که بین طیف‌های این دو شکل وجود دارد می‌تواند ناشی از این موضوع باشد که تعداد نقاط طیف‌های این دو شکل با یکدیگر برابر نیستند.



شکل ۴ نمودار تاریخچه زمانی شتاب‌نگاشت السنترو

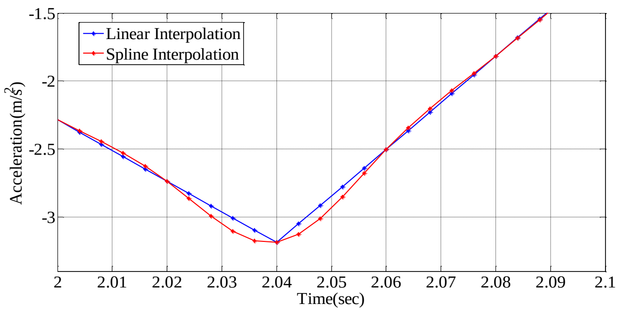


شکل ۵ طیف پاسخ شبه‌شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک با شکل‌پذیری ثابت برای شتاب‌نگاشت السنترو، مقادیر شکل‌پذیری ۱، ۱/۵، ۲، ۴ و ۸ در نظر گرفته شده و مقدار میرایی ۵ درصد فرض شده است [19]



شکل ۶ مقادیر طیف پاسخ شبه‌شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک با شکل-پذیری ثابت برای شتاب‌نگاشت السنترو، بازه ۰/۰۳تا ۳ثانیه باافزایش ۰/۰۱ثانیه برای دوره تناوب در نظر گرفته شد و مقدار میرایی ۵ ٪ فرض شده است

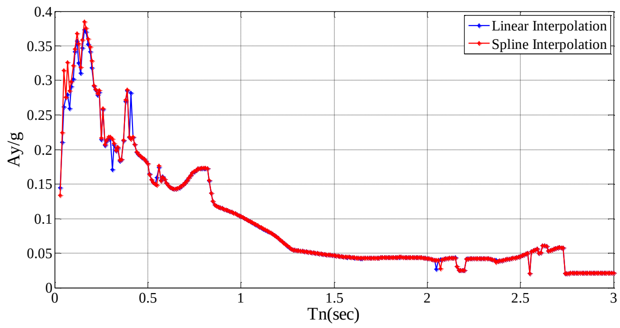
در این مرحله، برای اینکه تفاوت روش درون‌یابی خطی و روش درون‌یابی با تابع اسپلاین مشخص شود، فاصله زمانی بین نقاط شتاب‌نگاشت که برای شتاب‌نگاشت السنترو برابر ۰/۰۲ ثانیه بود، به ترتیب به ۲، ۵، ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم گردید. سپس، یک بار با روش درون‌یابی خطی و بار دیگر با روش درون‌یابی اسپلاین نقاط بین دو نقطه شتاب‌نگاشت به دست آورده شد. به عنوان مثال، برای $n = 5$، یک بار با درون‌یابی خطی، نقاط بین ابتدا و انتهای هر بازه به دست آورده شد که در شکل (۷) با ستاره‌های آبی مشخص شده‌اند. یک بار دیگر نیز با درون‌یابی اسپلاین، نقاط بین ابتدا و انتهای هر بازه به دست آورده شد که در شکل (۷) با ستاره‌های قرمز مشخص شده‌اند. لازم به ذکر است که در این شکل بازه زمانی از شتاب‌نگاشت انتخاب شده است که بیشینه شتاب در آن اتفاق می‌افتد. سپس، طیف پاسخ این دو شتاب‌نگاشت که فاصله زمانی بین نقاط آن برابر ۰/۰۰۴ ثانیه می‌باشد، محاسبه گردید. به ازای $n = 5$، اگر از ابتدای بازه شروع شود، بعد از ۴ نقطه، (در حالت کلی بعد از n−۱ نقطه) مقادیر شتاب‌هایی که از درون‌یابی خطی به دست می‌آیند با مقادیر متناظرشان که با درون‌یابی اسپلاین به دست می‌آیند، برابر خواهند شد. بدیهی است که با افزایش n، نقاط به کار گرفته شده در روش اسپلاین، به سمت وضعیتی میل پیدا می‌کنند که مشتق اول و دوم آن‌ها در محل اتصالشان با یکدیگر برابر خواهند شد.



شکل ۷ قسمتی از نمودار شتاب‌نگاشت زلزله السنترو با درون‌یابی خطی و نیز درون‌یابی با تابع اسپلاین مکعبی به ازای $n = 5$، بیشینه شتاب‌نگاشت السنترو شامل این بازه زمانی است

برای شتاب‌نگاشت السنترو و به ازای شکل‌پذیری‌های ۱، ۱/۵، ۲، ۴ و ۸، طیف پاسخ غیر خطی این شتاب‌نگاشت برای مقادیر مختلف n محاسبه شد. مانند طیف‌های رسم شده در شکل (۶)، هر طیف شامل ۲۹۸ نقطه می‌گردید. به عبارتی دیگر، بازه زمانی $0/03\,sec \leq T_n \leq 3sec$ و با میزان افزایش ۰/۰۱ ثانیه در نظر گرفته شده بود. به عنوان مثال، طیف پاسخ غیر خطی شبه-شتاب شتاب‌نگاشت السنترو به ازای $n = 100$ و شکل‌پذیری ۴ در شکل (۸) رسم گردیده است. منحنی آبی رنگ، معرف طیف پاسخ به دست آمده از درون‌یابی خطی و منحنی قرمز رنگ، معرف طیف پاسخ به دست آمده از درون‌یابی با تابع اسپلاین است. بیشینه اختلاف طیف به دست آمده از درون‌یابی اسپلاین

با طیف به دست آمده از درون‌یابی خطی برابر ۴۹/۹۴ درصد است که مربوط به دوره تناوب ۲/۰۵ ثانیه می‌باشد. کمینه اختلاف طیف به دست آمده از درون‌یابی اسپلاین با طیف به دست آمده از درون‌یابی خطی نیز برابر ۳۱/۶۴- درصد است که مربوط به دوره تناوب ۰/۰۳ ثانیه می‌باشد. مقدار میانگین اختلاف طیف حاصل از درون‌یابی اسپلاین با طیف حاصل از درون‌یابی خطی برابر ۰/۳۹۹ درصد است که نشان می‌دهد این دو طیف در مجموع اختلاف چندانی با یکدیگر ندارند.

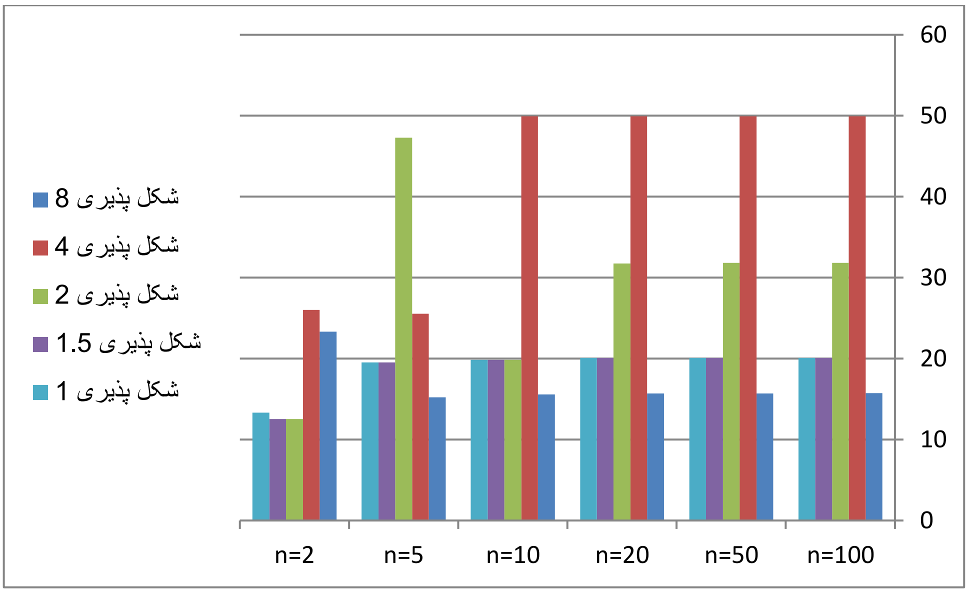


شکل ۸ طیف پاسخ غیر خطی شبه‌شتاب هم‌پایه شده شتاب‌نگاشت السنترو برای شکل‌پذیری ۴ و $n = 100$

با دقت در شکل (۸) مشاهده می‌شود که در دوره تناوب‌های پایین است که تفاوت این دو طیف قابل توجه است. همچنین، با دقت در شکل (۸) مشخص می‌گردد مقدار پاسخ طیف الاستوپلاستیک در محدوده دوره تناوب‌های زیر حدود ۰/۳ ثانیه نسبت به دوره تناوب‌های بیش از ۲ ثانیه هم بیشتر بوده و هم حساسیت زیادی به مقدار دوره تناوب از خود نشان می‌دهد، به عبارتی دیگر رفتار غیر خطی سازه‌های بلند، پیچیدگی کمتری در مقایسه با رفتار غیر خطی سازه‌های کوتاه دارند.

در شکل های (۹) الی (۱۲) نمودار های میله‌ای مقادیر بیشینه، کمینه، میانگین و انحراف معیار اختلاف طیف‌های غیر خطی شبه‌شتاب حاصل از درون‌یابی اسپلاین با طیف‌های متناظرشان که از درون‌یابی خطی به دست آمده‌اند، برای شتاب‌نگاشت السنترو رسم گردیده‌اند. با دقت در این نمودارها نتایج زیر قابل استنتاج است:

۱. با افزایش مقدار n، مقادیر بیشینه اختلاف دو طیف به ازای یک شکل‌پذیری مشخص و معلوم، با نوساناتی چند به مقدار ثابت و معینی می‌رسد. حداکثر مقدار بیشینه اختلاف دو طیف برای شتاب‌نگاشت السنترو برابر با ۴۹/۹۴ درصد است که مربوط به شکل‌پذیری ۴ و n=100 می‌باشد. این اختلاف مربوط به دوره تناوب ۲/۰۵ ثانیه می‌باشد.

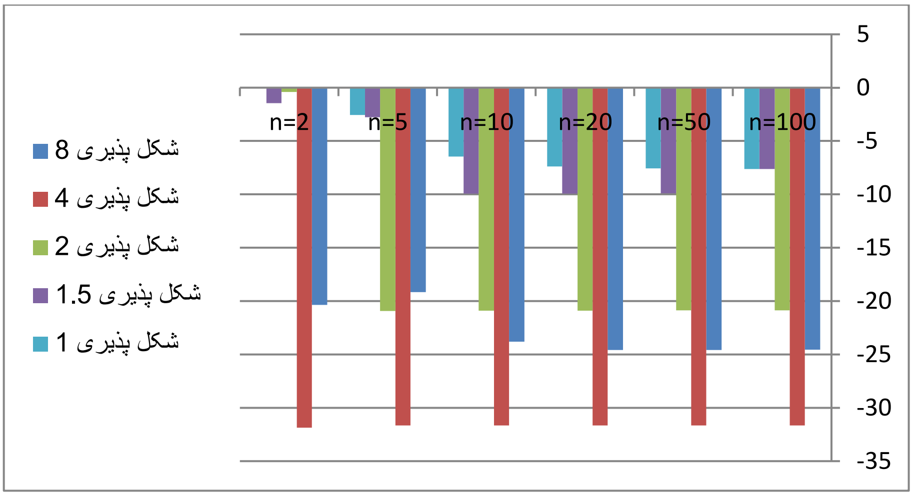


شکل ۹ مقادیر بیشینه اختلاف طیف شبه‌شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک با شکل‌پذیری‌های مختلف بر حسب درصد در حالت درون‌یابی با تابع اسپلاین نسبت به حالت درون‌یابی خطی به ازای تعداد تقسیمات مختلف برای شتاب‌نگاشت السنترو

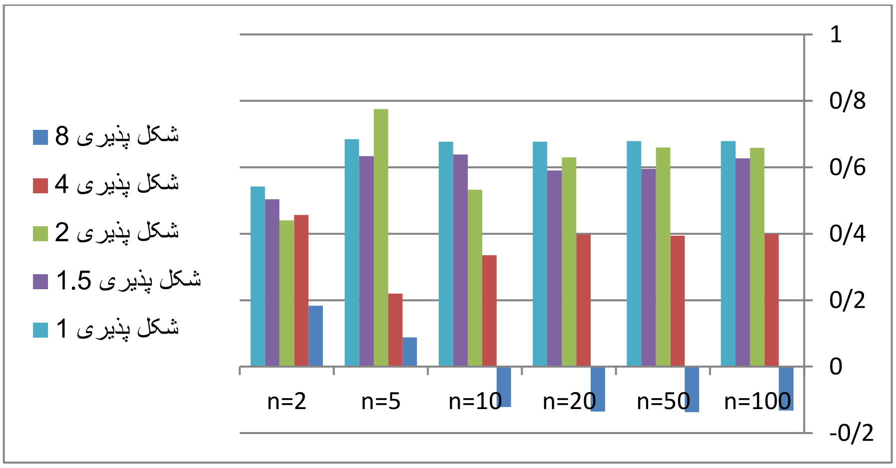
۲. با افزایش مقدار n، مقادیر کمینه اختلاف دو طیف به ازای یک شکل‌پذیری مشخص و معلوم، با نوساناتی چند به مقدار ثابت و معینی می‌رسد، هر چند به نظر می‌آید برای شکل‌پذیری ۱/۵ این روند چندان صدق نمی‌کند. حداکثر مقدار قدر مطلق کمینه اختلاف دو طیف برای شتاب‌نگاشت السنترو برابر با ۳۱/۶۵ درصد است که مربوط به شکل‌پذیری ۴ و n=50 می‌باشد. این اختلاف مربوط به دوره تناوب ۲/۰۷ ثانیه می‌باشد.

۳. با افزایش مقدار n، مقادیر میانگین اختلاف دو طیف به ازای یک شکل‌پذیری مشخص و معلوم، با نوساناتی چند به مقدار ثابت و معینی می‌رسد. حداکثر مقدار قدر مطلق میانگین اختلاف دو طیف برای شتاب‌نگاشت السنترو برابر با ۰/۷۷۵ درصد است که مربوط به شکل‌پذیری ۲ و n=۵ می‌باشد. مشاهده می‌گردد که حداکثر میانگین اختلاف زیر یک درصد است. همچنین، مشاهده می‌شود که برای شکل‌پذیری ۸ و به ازای nهای برابر با ۱۰، ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ مقادیر میانگین اختلاف اعدادی منفی هستند. این بدان معنا است که برای این موارد، مقادیر طیف غیر خطی حاصل از درون‌یابی اسپلاین در مجموع کوچک‌تر از مقادیر متناظرشان هستند که از درون‌یابی خطی تحریک به دست آمده‌اند.

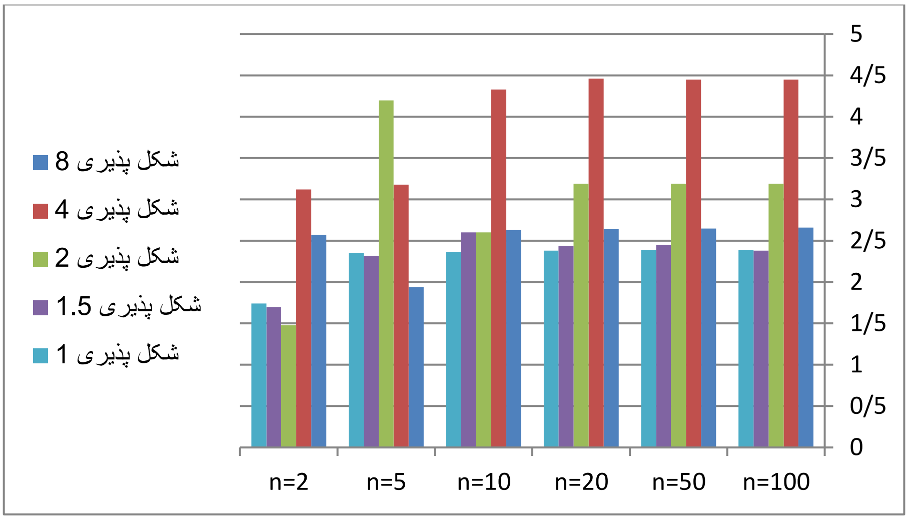
۴. با افزایش مقدار n، مقادیر انحراف معیار اختلاف دو طیف به ازای یک شکل‌پذیری مشخص و معلوم، با نوساناتی چند به مقدار ثابت و معینی می‌رسد، هر چند برای شکل‌پذیری ۱/۵ این روند صدق نمی‌کند. حداکثر مقدار انحراف معیار اختلاف دو طیف برای شتاب‌نگاشت السنترو برابر با ۴/۴۶ درصد است که مربوط به شکل‌پذیری ۴ و n=20 می‌باشد.



شکل ۱۰ مقادیر کمینه اختلاف طیف شبه‌شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک با شکل‌پذیری‌های مختلف برحسب درصد در حالت درون‌یابی باتابع اسپلاین نسبت به حالت درون‌یابی خطی به ازای تعداد تقسیمات مختلف برای شتاب‌نگاشت السنترو



شکل ۱۱ مقادیر میانگین اختلاف طیف شبه‌شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک با شکل‌پذیری‌های مختلف بر حسب درصد در حالت درون‌یابی با تابع اسپلاین نسبت به حالت درون‌یابی خطی به ازای تعداد تقسیمات مختلف برای شتاب‌نگاشت السنترو



شکل ۱۲ مقادیر انحراف معیار اختلاف طیف شبه‌شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک با شکل‌پذیری‌های مختلف بر حسب درصد در حالت درون‌یابی با تابع اسپلاین نسبت به حالت درون‌یابی خطی به ازای تعداد تقسیمات مختلف برای شتاب‌نگاشت السنترو

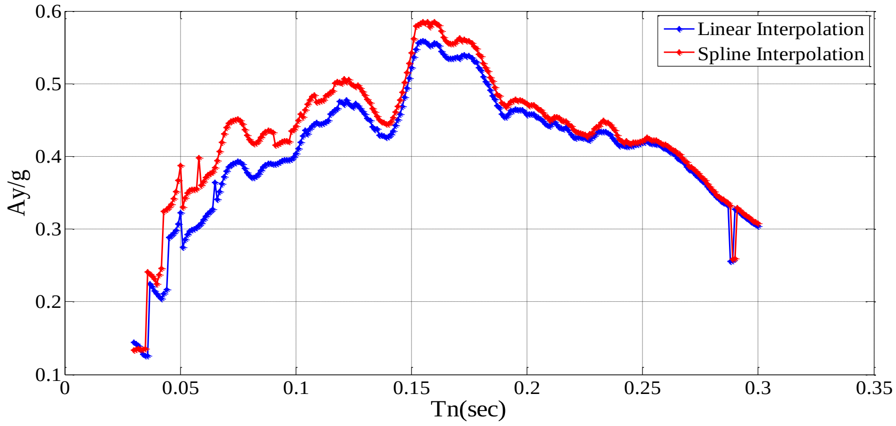
با مراجعه به شکل (۸) مشاهده می‌شود که طیف غیر خطی به دست آمده با استفاده از درون‌یابی اسپلاین در مقایسه با طیف غیر خطی به دست آمده از درون‌یابی خطی، عمدتا در دوره تناوب‌های کوچک با هم اختلاف قابل توجهی دارند. در نتیجه، تصمیم گرفته شد که بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$ این طیف با دقت بیشتری مورد بررسی قرار گیرد. بنابراین، در این بازه، ۲۷۱ نقطه طیفی که فاصله آن‌ها از یکدیگر برابر با ۰/۰۰۱ ثانیه بود محاسبه گردید. در شکل (۱۳) نمودار طیف پاسخ غیر خطی شبه‌شتاب هم‌پایه شده شتاب‌نگاشت السنترو برای شکل‌پذیری ۲ در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$ به عنوان نمونه آورده شده است. نقاط این طیف به ازای تعداد تقسیمات برابر با $n = 100$ محاسبه شده‌اند.

در جدول (۱) مقادیر بیشینه، کمینه، میانگین و انحراف معیار اختلاف طیف شبه شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک با شکل- پذیری‌های ۱، ۱/۵، ۲، ۴ و ۸ در حالت درون‌یابی با تابع اسپلاین نسبت به حالت درون‌یابی خطی برای شتاب‌نگاشت السنترو به ازای تعداد تقسیمات برابر با $n = 100$ در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$ آورده شده است. همچنین، نمودار میله‌ای این مقادیر هم در شکل (۱۴) رسم گردیده است. با دقت در جدول (۱) مشاهده می‌گردد که حداکثر مقدار بیشینه اختلاف دو طیف در این بازه برابر ۹۲/۰۹ درصد است که مربوط به دوره تناوب ۰/۰۳۶ ثانیه است. این مقدار حداکثر مربوط به شکل- پذیری‌های ۱/۵، ۲، ۴ و ۸ می‌باشد. در بخش قبلی، مقدار حداکثر بیشینه اختلاف دو طیف در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 3sec$ برابر با ۴۹/۹۴ درصد به دست آورده شد. مشاهده می‌گردد در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$ نسبت به بازه $0/03\ sec \le T_n \le 3sec$ حداکثر بیشینه اختلاف دو طیف ۸۴/۴ درصد افزایش یافته است.

همچنین، با دقت در جدول (۱) مشاهده می‌گردد که حداکثر مقدار قدر مطلق کمینه اختلاف دو طیف در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$ برابر ۴۵/۶۱ درصد است که مربوط به دوره تناوب ۰/۲۶۶ ثانیه است. این مقدار حداکثر مربوط به شکل- پذیری ۸ می‌باشد. در بخش قبلی، مقدار حداکثر قدر مطلق کمینه اختلاف دو طیف در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 3sec$ برابر با ۳۱/۶۵ درصد به دست آورده شد. مشاهده می‌گردد در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$ نسبت به بازه $0/03\ sec \le T_n \le 3sec$ مقدار حداکثر قدر مطلق اختلاف دو طیف ۴۴/۱ درصد افزایش یافته است.

با ملاحظه جدول (۱) مشـــاهده می‌گردد که مقدار حداکثر میانگین اختلاف دو طیف در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$ برابر ۶/۵۲ درصد است که مربوط به شکل‌پذیری ۸ می‌باشد. در بخش قبلی، مقدار حداکثر میانگین اختلاف دو طیف در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 3sec$ برابر با ۰/۷۷۵ در صد به د ست آورده شـــد. مشـــاهده می‌گردد در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$ نسبت به بازه $0/03\ sec \le T_n \le 3sec$ مقدار حداکثر قدر مطلق اختلاف دو طیف برابر ۸/۴۱ شده ا ست که بیانگر این مو ضوع

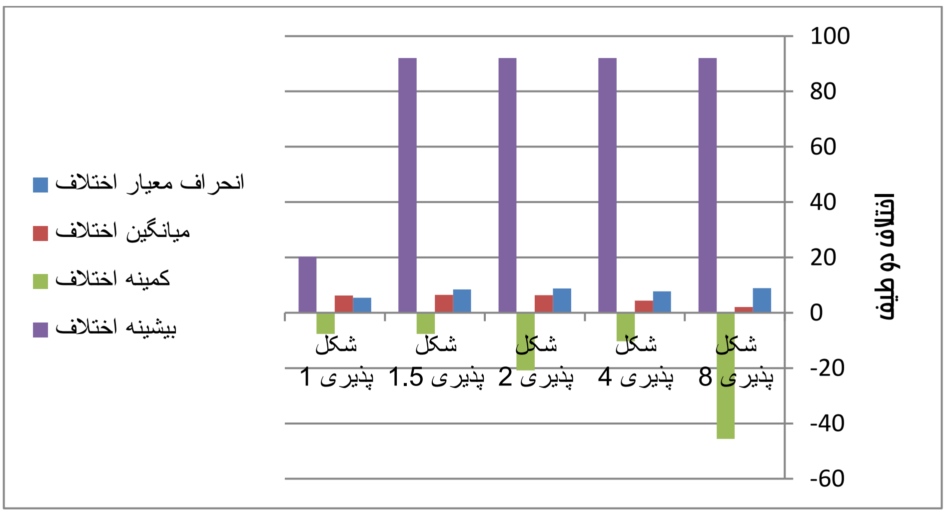
اســت که در محدوده دوره تناوب‌های ســازه‌های سـخت (بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$) انتظـار میرود اختلاف دو طیف خیلی بیشتر از بازه $0/03\ sec \le T_n \le 3sec$ باشد.



شکل ۱۳ طیف پاسخ غیر خطی شبه‌شتاب هم‌پایه شده شتاب‌نگاشت السنترو برای شکل‌پذیری ۲ و $n = 100$ در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$، فاصله بین نقاط طیف برابر ۰/۰۰۱ ثانیه است

جدول ۱ مقادیر بیشینه، کمینه، میانگین و انحراف معیار اختلاف طیف شبه شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک با شکل‌پذیری‌های مختلف در حالت درون‌یابی با تابع اسپلاین نسبت به حالت درون‌یابی خطی برای شتاب‌نگاشت السنترو به ازای تعداد تقسیمات برابر با $n = 100$ در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$

شکل‌پذیری	بیشینه اختلاف (٪)	دوره تناوب مربوط به بیشینه اختلاف (ثانیه)	کمینه اختلاف (٪)	دوره تناوب مربوط به کمینه اختلاف (ثانیه)	میانگین اختلاف (٪)	انحراف معیار اختلاف (٪)
۱	۲۰/۲۵	۰/۰۴۲	−۷/۶۱	۰/۰۳۰	۶/۲۴	۵/۴۵
۱/۵	۹۲/۰۹	۰/۰۳۶	−۷/۶۱	۰/۰۳۰	۶/۵۲	۸/۴۶
۲	۹۲/۰۹	۰/۰۳۶	−۲۰/۸۸	۰/۲۹۰	۶/۳۴	۸/۷۸
۴	۹۲/۰۹	۰/۰۳۶	−۱۰/۳۶	۰/۲۵۳	۴/۳۹	۷/۷۴
۸	۹۲/۰۹	۰/۰۳۶	−۴۵/۶۱	۰/۲۶۶	۲/۰۵	۸/۹۱



شکل ۱۴ نمودار مقادیر بیشینه، کمینه، میانگین و انحراف معیار اختلاف طیف شبه‌شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک با شکل‌پذیری‌های مختلف بر حسب درصد در حالت درون‌یابی با تابع اسپلاین نسبت به حالت درون‌یابی خطی برای شتاب‌نگاشت السنترو به ازای تعداد تقسیمات برابر با $n = 100$ در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$

همچنین، با ملاحظه جدول (۱) مشاهده می‌گردد که مقدار حداکثر انحراف معیار اختلاف دو طیف در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$ برابر ۸/۹۱ درصد است که مربوط به شکل‌پذیری ۸ می‌باشد. در بخش قبلی، مقدار حداکثر میانگین اختلاف دو طیف در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 3sec$ برابر با ۴/۴۶ درصد به دست آورده شد. مشاهده می‌گردد در بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$ نسبت به بازه $0/03\ sec \le T_n \le 3sec$ مقدار حداکثر انحراف معیار اختلاف دو طیف به اندازه ۹۹/۸ درصد افزایش یافته است که نشان‌دهنده میزان پراکندگی بیشتر در محدوده دوره تناوب‌های سازه‌های سخت (بازه $0/03\ sec \le T_n \le 0/3sec$) است.

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مقاله، طیف غیر خطی شبه‌شتاب سیستم‌های الاستوپلاستیک برای شکل‌پذیری‌های ۱، ۱/۵، ۲، ۴ و ۸ برای شتاب‌نگاشت السنترو محاسبه گردید. فاصله زمانی بین نقاط این شتاب‌نگاشت‌ها ۰/۰۲ ثانیه بود. برای دقیق‌تر شدن تحلیل و کمتر کردن فاصله زمانی بین نقاط، شتاب‌نگاشت‌های جدیدی یک بار با استفاده از درون‌یابی خطی و بار دیگر با استفاده از درون‌یابی اسپلاین مکعبی ایجاد گردید. طیف غیر خطی که برای این دو نوع شتاب‌نگاشت به وجود آمده محاسبه شد، در اکثر دوره تناوب‌ها با هم چندان اختلافی نداشتند اما در دوره تناوب‌های کوچک که مربوط به سازه‌های سخت می‌باشد، میزان اختلاف قابل توجه بود. مقادیر بیشینه اختلاف دو طیف در اکثر قریب به اتفاق موارد بزرگ‌تر از قدر مطلق کمینه اختلاف بود. در نتیجه، پیشنهاد می‌شود برای تحلیل دینامیکی غیر خطی سازه‌های با دوره تناوب کمتر از ۰/۳ ثانیه، شتاب‌نگاشت‌های مورد استفاده برای تحلیل، با استفاده از روش اسپلاین مکعبی درون‌یابی شوند و از این شتاب‌نگاشت‌ها برای تحلیل دینامیکی غیر خطی استفاده شود، زیرا درون‌یابی با اسپلاین مکعبی نسبت به درون‌یابی خطی دقت بالاتری دارد.

مهم‌ترین اختلاف مشاهده شده بین نتایج این شتاب‌نگاشت به این صورت بود که برای شتاب‌نگاشت السنترو در بازه ۰/۰۳ تا ۰/۳ ثانیه مقادیر طیفی مربوط به درون‌یابی اسپلاین در اکثر قریب به اتفاق موارد بیشتر از مقادیر متناظر طیفی مربوط به درون‌یابی خطی تحریک بود.

پیشنهاد می‌گردد در تحقیقات تکمیلی، شتاب‌نگاشت‌های بیشتری در نظر گرفته شوند. همچنین، سعی شود شتاب‌نگاشت‌هایی انتخاب شوند که فواصل زمانی بین نقاط آن‌ها ۰/۰۲ ثانیه نباشد. هم‌چنین مناسب به نظر می‌آید که رفتار غیر خطی سازه‌های چند درجه آزاد تحت شتاب‌نگاشت‌هایی که با روش درون‌یابی خطی و نیز درون‌یابی اسپلاین به وجود آمده‌اند بررسی شوند و نتایج کار با یکدیگر مقایسه شوند. در آخر پیشنهاد می‌گردد برای سازه‌های سخت که دوره تناوب اصلی آن‌ها کمتر از ۰/۳ ثانیه است از درون‌یابی اسپلاین که نسبت به درون‌یابی خطی دقیق‌تر می‌باشد، برای تحلیل دینامیکی غیر خطی استفاده گردد.

سپاسگزاری

مراجع

[1] S. C. Chapra, and R. P. Canale, Numerical Methods for Engineers, Fifth Edition,McGraw-Hill, New York, 2006.

[2] R. L. Burden, and J. D. Faires, NumericalAnalysis, Ninth Edition, Books/Cole, 2011.

[3] F. Naeim, "Respnse of Instrumented Buildings to 1994 Northridge Earthquake," Draft Report CSMIP, 1996.

[4] Vamvatsikos, D., and Cornell, C. A., "Applied Incremental Dynamic Analysis,"*EarthquakeSpectra*, vol. 20, no. 2, pp. 523–553, May 2004.

[5] R. Yu, R. Wang, and C. Zhu, "A Numerical Method for Solving KdV Equation with Multilevel Bspline Quasi-interpolation," *Applicable Analysis*, vol. 92, no. 8, pp. 1682-1690, 2013.

[6] S. Shojaee, S. Rostami, and A. Abbasi, "An Unconditionally Stable Implicit Time Integration Algorithm: Modified Quartic B-Spline Method," *Computers and Structures*, vol. 153, pp. 98-111,

2015.

[7] H. Saffari, S. Shojaee, S. Rostami, and M. Malekinejad, "Application of Cubic Spline on Large Deformation Analysis of Structures," *International Journal of Steel Structures*, vol. 14, no.1, pp. 165-172, 2014.

[8] S. Rostami, and S. Shojaee, "A Family of Cubic B-Spline Direct Integration Algorithms with Contorllabe Numerical Dissipation and Dispersion for Structural Dynamics," *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, vol. 42, pp. 17-32, 2017.

[9] M. Mohammadi Nia, S. Shojaee, and S. Hamzehei-Javaran, "A Mixed Formulation of B-Spline and a New Class of Spherical Hankel Shape Functions for Modeling Elastostatic Problems," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 77, pp. 602-616, 2020.

[10]S. H. Mahdavi, H. A. Razak, S. Shojahee, and M. S. Mahdavi, "A Comparative Study on Application of Chebyshev and Spline Methods for Geometrically Non-linear Analysis of Truss Structures," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 101-102, pp. 241-251, 2015.

[11] S. Ghazanfari, S. Hamzehei-Javaran, A. Alesadi, and S. Shojaee, "Free Vibration Analysis of Cross-Ply Laminated Beam Structures using Refined Beam Theories and B-Spline Basis Functions," Mechanics of Advanced Materials and Structures, pp. 467-475, 2021.

[12]S. Rostami, and S. Shojaee, "Development of a Direct Integration Method on Quartic B-Spline Collocation Method," *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, vol. 43, pp. 615-636, 2019.

[13]S. Shahmorad, and A. Abdollahi, "A Quadrature Free Convergent Method for the Numerical Solution of Linear Fredholm Integral Equations Based on Hermite-Spline Interpolation," *Proceeding in Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 7, Issue 1, pp. 41-42, 2007.

[14]K. Maleknejad, and H. Derili, "Numerical Solution of Hammerstein Integral Equatins by using Combination of Spline-Collocation Method and Lagrange Interpolation," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 190, no. 2, pp. 1557-1562, 2007.

[15]K. Maleknejad, and H. Derili, "Numerical Solution of Integral Equatins by using Combination of Spline-Collocation Method and Lagrange Interpolation," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 175, no. 2, pp. 1235-1244, 2006.

[16]Z. W. Liu, R. S. Chen, and J. Q. Chen, "Adaptive Sampling Cubic-Spline Interpolation Method for Efficient Calculation of Monostatic RCS," Microwave and Optical Technology Letters, vol. 50, no 3, pp. 751-755, 2008.

[17]V. S. Zhernakov, V. P. Pavlov, and V. M. Kudoyarova, "The Enhanced Spline-Method for Numerical Results of Natural Frequencies of Beams,"*Procedia Engineering*, vol. 176, pp. 438-450, 2017.

[18]D. Hanselman, and B. Littlefield, *Mastering MATLAB, A Comprehensive Tutorial and Reference*, First Edition, Prentice-Hall, 1996.

[19]A. K. Chopra, Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering, Fourth Edition, Prentice-Hall, 2012.